

Conjuntos y subconjuntos

1. Describir los elementos de los siguientes conjuntos:

- | | |
|--|---|
| a) $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 + 5x + 6 = 0\}$ | e) $E = \{x \in \mathbb{N} : \exists y \in \mathbb{N} \text{ tal que } y+1 < x\}$. |
| b) $B = \{x \in \mathbb{N} : x^2 + 5x + 6 = 0\}$ | f) $F = \{x \in \mathbb{R} : x^2 + 2 = 0\}$. |
| c) $C = \{x \in \mathbb{R} : x < 3\}$ | g) $G = \{x \in \mathbb{R} : \exists y \in \mathbb{R} \text{ tal que } x = y^2\}$. |
| d) $D = \{x \in \mathbb{N} : x < 3\}$. | h) $H = \{x \in \mathbb{R} : \exists y \in \mathbb{N} \text{ tal que } x = y^2\}$. |

2. Consideramos $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, fijo y definimos el subconjunto de $\mathbb{Z}$:

$$n\mathbb{Z} = \{kn : k \in \mathbb{Z}\},$$

esto es, $n\mathbb{Z}$ es el conjunto de todos los múltiplos enteros de n .

- Describir los conjuntos $3\mathbb{Z}$ y $6\mathbb{Z}$.
 - Demostrar que $6\mathbb{Z} \subseteq 3\mathbb{Z}$. ¿Por qué ocurre esto?
 - Demostrar que si m es un múltiplo de n , se tiene que $m\mathbb{Z} \subseteq n\mathbb{Z}$.
3. Dado el conjunto $A = \{0, -1, 1\}$, calcular $\mathcal{P}(A)$.
4. Dado el conjunto $B = \{\bullet, \triangle, \partial\}$, calcular $\mathcal{P}(B)$.
5. Calcular $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset))$.
6. Sean $S = \{a, b, c, d\}$, $T = \{1, 2, 3\}$ y $U = \{b, 2\}$. ¿Cuáles de las siguientes expresiones son correctas?

- | | | |
|---|------------------------------------|--|
| a) $\{a\} \in S$ | g) $a, c, 2, 3 \subseteq S \cup T$ | m) $\{1, 3\} \in \mathcal{P}(T)$ |
| b) $a \in S$ | h) $U \subseteq S \cup T$ | n) $\{\emptyset\} \in \mathcal{P}(T)$ |
| c) $\{a, c\} \subseteq S$ | i) $b \in S \cap T$ | $\tilde{n}$) $\emptyset \in \mathcal{P}(T)$ |
| d) $\emptyset \in S$ | j) $\{b\} \subseteq S \cap U$ | o) $\emptyset \subseteq \mathcal{P}(T)$ |
| e) $\{a\} \in \mathcal{P}(S)$ | k) $\{1, 3\} \in T$ | p) $\{\emptyset\} \subseteq \mathcal{P}(T)$ |
| f) $\{\{a\}, \{a, b\}\} \in \mathcal{P}(S)$ | l) $T \supseteq \{1, 3\}$ | |

7. Sean $S = \{1, 2\}$, $T = \{-1, 1\}$, $U = \{a\}$, $V = \{a, b\}$. Calcular:

- | | | |
|------------------------|---|--|
| a) $(S \cap T) \cup U$ | c) $U \setminus V$ | e) $(S \times V) \setminus (T \times U)$ |
| b) $S \setminus T$ | d) $(S \setminus T) \times (V \setminus U)$ | |

8. Demostrar que se cumple o dar un contraejemplo de la siguiente igualdad:

$$\mathcal{P}(A \cup B) = \mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B)$$