

Resumen: Conjuntos y Subconjuntos

1. ¿Qué es un conjunto?

Un conjunto es una colección bien definida de elementos.

Formas de definición:

- **Extensión:** $A = \{1, 2, 3\}$
- **Comprensión:** $P = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ par}\}$
- **Lenguaje natural:** “Los números pares.”

El **conjunto vacío** se denota por $\emptyset$.

2. Pertenencia y contenido

- $a \in A$: “ a pertenece a A ”
- $B \subseteq A$: “ B es subconjunto de A ”

$\in$ relaciona *elemento-conjunto*

$\subseteq$ relaciona *subconjunto-conjunto*.

3. Subconjuntos

$B \subseteq A$ si todos los elementos de B están en A .

Tipos:

- Triviales: $\emptyset \subseteq A$, $A \subseteq A$
- Propios: $B \subsetneq A$

4. Igualdad de conjuntos

$A = B$ si $A \subseteq B$ y $B \subseteq A$ (misma colección de elementos).

5. Conjunto potencia

El conjunto de todos los subconjuntos de A se denota $\mathcal{P}(A)$.

6. Operaciones

Sean $A, B \subseteq U$:

- **Unión:** $A \cup B = \{x \in U : x \in A \text{ o } x \in B\}$
- **Intersección:** $A \cap B = \{x \in U : x \in A \text{ y } x \in B\}$
- **Diferencia:** $A - B = \{x \in U : x \in A \text{ y } x \notin B\}$
- **Complementario:** $A^c = \{x \in U : x \notin A\}$

Leyes más útiles:

- De Morgan:

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

7. Producto cartesiano

$$A \times B = \{(a, b) : a \in A, b \in B\}$$

Aplicaciones:

- Funciones: $f : A \rightarrow B \subseteq A \times B$
- Espacios: $\mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$